

الصفحة 1 4	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا المسالك الدولية – خيار فرنسية الدورة العادية 2018 -الموضوع-	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
★★	NS 22F	المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية – خيار فرنسية	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique, calcul intégral et suites numériques	11 points

Exercice 3 : (3 points)

Une urne contient 9 boules indiscernables au toucher : cinq boules rouges portant les nombres 1 ; 1 ; 2 ; 2 ; 2 et quatre boules blanches portant les nombres 1 ; 2 ; 2 ; 2 . On considère l'expérience suivante : on tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne . Soient les événements :

A : "les trois boules tirées sont de même couleur "

B : "les trois boules tirées portent le même nombre "

C : "les trois boules tirées sont de même couleur et portent le même nombre "

1.5 1) Montrer que $p(A) = \frac{1}{6}$, $p(B) = \frac{1}{4}$ et $p(C) = \frac{1}{42}$

2) On répète l'expérience précédente trois fois avec remise dans l'urne des trois boules tirées après chaque tirage, et on considère la variable aléatoire X qui est égale au nombre de fois de réalisation de l'événement A

0.5 a) Déterminer les paramètres de la variable aléatoire binomiale X

1 b) Montrer que $p(X = 1) = \frac{25}{72}$ et calculer $p(X = 2)$

Problème : (11 points)

I) Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = e^x - x^2 + 3x - 1$$

Le tableau ci-contre est le tableau de variations de la fonction g

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

0.25 1) Vérifier que $g(0) = 0$

0.5 2) Déterminer le signe de $g(x)$ sur chacun des intervalles $]-\infty, 0]$ et $[0, +\infty[$

II) Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x^2 - x) e^{-x} + x$

et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité : 1 cm)

0.5 1) a) Vérifier que $f(x) = \frac{x^2}{e^x} - \frac{x}{e^x} + x$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

0.75 b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$ puis en déduire que (C) admet une asymptote (D) au voisinage de $+\infty$ d'équation $y = x$

0.5 c) Vérifier que: $f(x) = \frac{x^2 - x + xe^x}{e^x}$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

0.5 d) Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ et interpréter le résultat géométriquement .

0.25 2) a) Montrer $f(x) - x$ et $x^2 - x$ ont le même signe pour tout x de $\mathbb{R}$

0.5 b) En déduire que (C) est au dessus de (D) sur chacun des intervalles $]-\infty, 0]$ et $[1, +\infty[$, et en dessous de (D) sur l'intervalle $[0, 1]$

0.75	3)a) Montrer que $f'(x) = g(x) e^{-x}$ pour tout x de $\mathbb{R}$
0.5	b) En déduire que la fonction f est décroissante sur $]-\infty, 0]$ et croissante sur $[0, +\infty[$
0.25	c) Dresser le tableau de variations de la fonction f
0.25	4)a) Vérifier que $f''(x) = (x^2 - 5x + 4)e^{-x}$ pour tout x de $\mathbb{R}$
0.5	b) En déduire que la courbe (C) admet deux points d'inflexion d'abscisses respectives 1 et 4
1	5) Construire (D) et (C) dans le même repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (on prend : $f(4) \approx 4.2$)
0.5	6)a) Montrer que la fonction $H : x \mapsto (x^2 + 2x + 2)e^{-x}$ est une primitive de la fonction $h : x \mapsto -x^2 e^{-x}$ sur $\mathbb{R}$ puis en déduire que $\int_0^1 x^2 e^{-x} dx = \frac{2e-5}{e}$
0.75	b) A l'aide d'une intégration par parties montrer que $\int_0^1 x e^{-x} dx = \frac{e-2}{e}$
0.75	c) Calculer en cm^2 l'aire du domaine plan limité par (C) et (D) et les droites d'équations $x=0$ et $x=1$
	III) Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0 = \frac{1}{2}$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$
0.75	1) Montrer que $0 \leq u_n \leq 1$ pour tout n de $\mathbb{N}$ (on pourra utiliser le résultat de la question II)3)b))
0.5	2) Montrer que la suite (u_n) est décroissante .
0.75	3) En déduire que (u_n) est convergente et déterminer sa limite.